

# 算数科教育法

## 第4章 整数と計算

垂水共之

t2tarumi@gmail.com

教科書:

数学教育研究会編「新訂 算数教育の理論と実際」

参考書:「小学校学習指導要領解説 算数編」

# 第4章 整数と計算

- § 1 整数と計算——指導の背景
  - 1.1 整数の概念と表現
  - 1.2 整数の計算
- § 2 整数と計算——指導の実際
  - 2.1 指導内容の系統
  - 2.2 整数の概念形成
  - 2.3 整数の四則計算の指導
  - 2.4 見積もりと概数・概算

	A 数と計算	B 量と測定	C 図形	D 数量関係	算数的活動
第1学年	<p>整数の意味と表し方</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・2位数、簡単な3位数など</li> </ul> <p>整数の加・減</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・1位数の加・減、簡単な2位数の加・減</li> </ul>	<p>量の大きさの比較</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・長さ、面積、体積の大きさの比較</li> </ul> <p>時刻の読み方 (小2から移行)</p>	<p>図形</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・身の回りにもあるもの (平面図形、立体図形) の観察や構成</li> </ul>	<p>式による表現</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・加法や減法の場面を式に表す (「A数と計算」から移行)</li> </ul> <p>絵や図を用いた数直線の表現</p>	<p>算数的活動</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ア 具体物を数える活動</li> <li>イ 計算の意味や仕方を表す活動</li> <li>ウ 量の大きさを比べる活動</li> <li>エ 形を見付けたり、作ったりする活動</li> <li>オ 場面を式に表す活動</li> </ul>
第2学年	<p>分数などの表し方</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・3位数、4位数、1万、簡単な分数 (1/2、1/4 など) など</li> </ul> <p>整数の加・減</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・2位数の加・減、簡単な3位数の加・減など</li> </ul> <p>整数の乗法</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・乗九九、簡単な2位数の乗法など</li> </ul>	<p>量の単位と測定</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・長さの単位 (mm, cm, m)</li> <li>・体積の単位 (ml, dl, l) (小3から移行)</li> </ul> <p>時間の単位 (日, 時, 分) (小3から移行)</p>	<p>図形</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・三角形、四角形</li> <li>・正方形、長方形、直角三角形 (小3から移行)</li> <li>・楕円の形 (小3から移行)</li> </ul>	<p>式による表現</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・加法と減法の相互関係 (「A数と計算」から移行)</li> <li>・乗法の場面を式に表す (「A数と計算」から移行)</li> </ul> <p>簡単な表やグラフ (「A数と計算」から移行)</p>	<p>算数的活動</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ア 整数が使われている場面を見付ける活動</li> <li>イ 乗九九表からさきまりを見付ける活動</li> <li>ウ 量の大きさの見当を付ける活動</li> <li>エ 図形をかいたり、作ったり、数え詰めたりする活動</li> <li>オ 図や式に表し説明する活動</li> </ul>
第3学年	<p>数の表し方</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・万の単位、1億など</li> </ul> <p>整数の加・減</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・3位数や4位数の加・減など</li> </ul> <p>整数の乗法</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・2位数や3位数の乗法 (3位数×2位数など) など</li> </ul> <p>整数の除法</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・1位数による簡単な除法 (商が1位数や2位数) など</li> </ul> <p>小数 (小4から移行)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・小数の意味と表し方、小数 (1/10の位) の加・減</li> </ul> <p>分数 (小4、小5から移行)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・分数の意味と表し方、簡単な分数の加・減</li> </ul> <p>そろばん</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・数の表し方と加・減</li> </ul>	<p>いろいろな単位と測定</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・長さ (km) や重さの単位 (g, kg, t)</li> </ul> <p>計器による測定</p> <p>時間の単位 (秒)、時刻や時間の計算</p>	<p>図形</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・二等辺三角形、正三角形 (小4から移行)</li> <li>・角 (小4から移行)</li> <li>・円、球 (小4から移行)</li> </ul>	<p>式による表現</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・除法の場面を式に表す (「A数と計算」から移行)</li> <li>・式と図の関連付け、□などを用いた式など</li> </ul> <p>表や棒グラフ</p>	<p>算数的活動</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ア 計算の仕方を考え説明する活動</li> <li>イ 小数や分数の大きさを比べる活動</li> <li>ウ 単位の関係調べる活動</li> <li>エ 正三角形などを作図する活動</li> <li>オ 資料を分類整理し表を用いて表す活動</li> </ul>
第4学年	<p>数の表し方</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・億、兆の単位など</li> </ul> <p>およその数</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・概数、四捨五入、四則計算の結果の見積り (小5、6から移行)</li> </ul> <p>整数の除法</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・2位数などによる除法など</li> </ul> <p>整数の四則計算の定算と活用</p> <p>小数の計算</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・小数の加・減 (1/10、1/100の位など)</li> <li>・小数の乗・除 (小数×整数、小数÷整数) (小5から移行)</li> </ul> <p>分数の計算</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・同分母分数 (真分数、仮分数) の加・減など (小5から移行)</li> </ul> <p>そろばん</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・加・減</li> </ul>	<p>面積</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・面積の単位 (cm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup>, km<sup>2</sup>, a, ha) と測定</li> <li>・正方形、長方形の面積の求め方</li> </ul> <p>角の大きさの単位 (度 (°))</p>	<p>図形</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・直線の平行や垂直の関係 (小5から移行)</li> <li>・平行四辺形、ひし形、台形 (小5から移行)</li> <li>・立方体、直方体 (小6から移行)</li> <li>・もの位置の表し方</li> </ul>	<p>伴って変わる二つの数量の関係</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・数量の変化の様子を折れ線グラフにして関係調べる</li> </ul> <p>式による表現</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・四則混合の式、( )を用いた式、公式</li> <li>・□、△などを用いた式</li> </ul> <p>四則計算の性質 (小5から移行)</p> <p>資料の分類整理</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・二つの観点の表、折れ線グラフ</li> </ul>	<p>算数的活動</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ア 計算の結果の見積りをし判断する活動</li> <li>イ 面積の求め方を考え説明する活動</li> <li>ウ 面積を測定する活動</li> <li>エ 平行四辺形などを敷き詰め、図形の性質を調べる活動</li> <li>オ 身の回りの数量の関係を調べる活動</li> </ul>
第5学年	<p>数の性質</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・偶数と奇数、約数と倍数 (小6から移行)、素数</li> </ul> <p>整数と小数の記数法</p> <p>小数の計算</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・小数の乗・除 (1/10、1/100の位など)</li> </ul> <p>分数の計算</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・異分母分数 (真分数、仮分数) の加・減など (小6から移行)</li> <li>・分数の乗・除 (分数×整数、分数÷整数)</li> </ul>	<p>面積</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・三角形、平行四辺形の面積の求め方</li> <li>・ひし形、台形の面積の求め方</li> </ul> <p>体積 (小6から移行)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・体積の単位 (cm<sup>3</sup>, m<sup>3</sup>) と測定</li> <li>・立方体、直方体の体積の求め方</li> </ul> <p>測定値の平均</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・単位量当たりの大きさ (人口密度など) (小6から移行)</li> </ul>	<p>図形</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・多角形や正多角形</li> <li>・図形の合同 (中学校から一部移行)</li> <li>・図形の性質</li> <li>・円周率</li> <li>・角柱、円柱 (小6から移行)</li> </ul>	<p>簡単な比例の関係</p> <p>数量の関係の見方や調べ方</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・簡単な式で表されている二つの数量の関係を調べる</li> </ul> <p>百分率</p> <p>円グラフや帯グラフ</p>	<p>算数的活動</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ア 計算の仕方を考え説明する活動</li> <li>イ 面積の求め方を考え説明する活動</li> <li>ウ 合同な図形をかいたり、作ったりする活動</li> <li>エ 図形の性質を帰納的に考え説明したり、演繹的に考え説明したりする活動</li> <li>オ 目的に応じて表やグラフを選び活用する活動</li> </ul>
第6学年	<p>分数の計算</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・分数の乗・除 (分数・小数の混合計算など)</li> </ul> <p>小数や分数の四則計算の定算と活用</p>	<p>図形</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・おおよその面積など</li> </ul> <p>面積 (小5から移行)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・円の面積の求め方</li> </ul> <p>体積</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・角柱、円柱の体積の求め方 (中学校から移行)</li> </ul> <p>速さ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・速さの意味及び表し方、速さの求め方</li> <li>・メートル法の単位の仕組み</li> </ul>	<p>図形</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・楕円や拡大図 (中学校から移行)</li> <li>・対称な図形 (中学校から移行)</li> </ul>	<p>比</p> <p>比例と反比例 (中学校から一部移行)</p> <p>文字を用いた式 (n, x など) (中学校から一部移行)</p> <p>資料の調べ方</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・資料の平均</li> <li>・度数分布</li> </ul> <p>起こり得る場合 (中学校から移行)</p>	<p>算数的活動</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ア 計算の仕方を考え説明する活動</li> <li>イ 単位の関係を調べる活動</li> <li>ウ 拡大図や縮小図、対称な図形を見付ける活動</li> <li>エ 比例の関係をjいて問題を解決する活動</li> </ul>

A領域	数	計算	乗法	除法
第1学年	2位数	1位数の加減		
	簡単な3位数	簡単な2位数の加減		
第2学年	3位数	2位数の加減		
	4位数	簡単な3位数の加減		
	1万		乗法の九九	
	簡単な分数		簡単な2位数の乗法	
第3学年	万の単位	3位数や4位数の加減		
	1億		2位数や3位数の乗法	
	小数、分数			1位数による簡単な除法
第4学年	億、兆の単位			
	およその数			2位数などの除法
		整数の四則計算の定着と活用		
		小数の加減・乗除		
第5学年		同分母分数の加減		
	偶数と奇数			
	約数と倍数			
		小数の乗除		
第6学年		異分母分数の加減		
		分数の乗除		
		分数の乗除		

# § 1 整数と計算一指導の背景

## 1.1 整数の概念と表現

P77

- 自然数
- 整数
- 小学校では負の数は扱わないので  
整数 = 自然数と0
- (1) 自然数の機能
  - 集合数(基数)と順序数(序数)
    - “クラス40人の中で、私の出席番号は7番です”
  - 集合数と順序数は自然数に限られる
  - 測定数
    - 量の測定 同種の量を単位として
    - 分数、少数

- (2) 数学的な立場からの考察

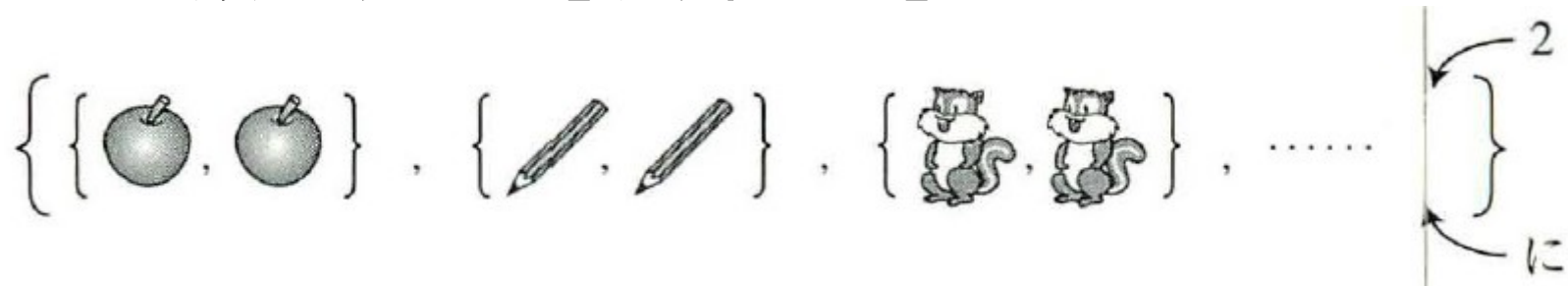
- 「数字」と「数」

- 1, 2, 3などの記号(数字)自体は「数」そのものでないことに注意する必要がある

- 1, 2, 3などの記号は, 有限集合からなる同値類につけられたラベルにすぎない

- 個数が同じ集合  $\Leftrightarrow$  1対1対応が付く集合の集まり

- この類に数字「2」、数詞「に」というラベル



# 自然数(ペアノの公理) N

公理1 1は自然数である

公理2 任意の自然数 $x$ に対して, その後者と呼ばれる自然数 $x'$ がただ1つ存在する

公理3 1を後者とする自然数は存在しない

公理4  $x'$ と $y'$ が同一の自然数ならば,  $x$ と $y$ は同一の自然数である

公理5  $M$ が次の条件(i), (ii)を満たす $N$ の空でない部分集合ならば, 全ての自然数は $M$ に属する

(i) 1は $M$ に属する

(ii)  $x$ が $M$ に属するならば $x'$ も $M$ に属する.

- $1 \in \mathbb{N}$
- $x \in \mathbb{N} \Rightarrow \exists x' \in \mathbb{N}$
- $x'=1$  となる  $x$  は存在しない
- $x'=y' \Rightarrow x=y$

- $M \subset \mathbb{N}$  s.t.
  - $1 \in M$
  - $x \in M \Rightarrow x' \in M$ $\Rightarrow M = \mathbb{N}$

自然数は1から始まり(公理 1と3より), 枝分かれも循環もせずに(公理 2, 3と4より), 1列に並んでいる

自然数は順序数としての特徴

such that

数学的帰納法

後者  $x'$  を  
 $x+1$   
 という記号で  
 表す



### (3) 数の表記

- 数の読み方
  - 数詞 命数法
- 数の書き方、記録法
  - 記数法

バビロニア	:	v	vv	vvv	<	ΣΣΣ	v>v><<<vvv
エジプト	:				∩	∩∩∩∩∩∩	∞ ∩∩∩
ローマ	:	I	II	V	X	LX	CCXXXIV
中国	:	一	二	五	十	六十	二百三十四
インド・アラビア	:	1	2	5	10	60	234

- 加法原理

- 減法原理

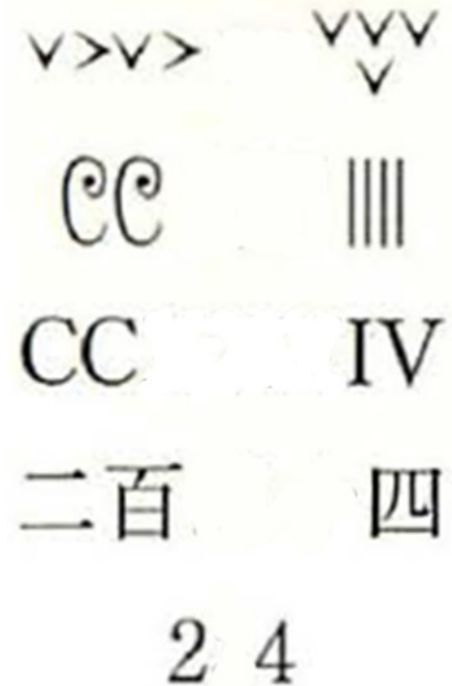
  - IV(5-1=4)

- 乗法原理

  - 三十四(3X10+4)

- 十進記数法(十進法)

  - 一, 十, 百, 千, 万, ……のように, 単位が10集まるごとに新しい単位を決める記数法



# 十進位取り記数法

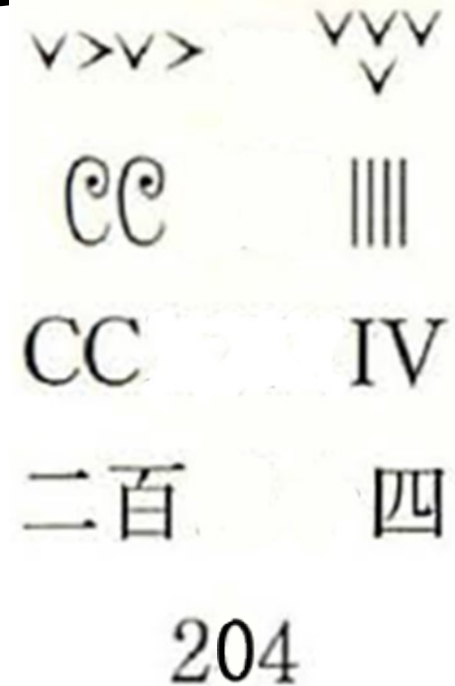
- インド・アラビアの記数法
- 加法原理と乗法原理が併用

- 他の記数法との違い

## 位取りの原理

数の大きさを記号の位置で表す

- どんな大きな数でも, 0から9までの10種類の記号だけで表現できる

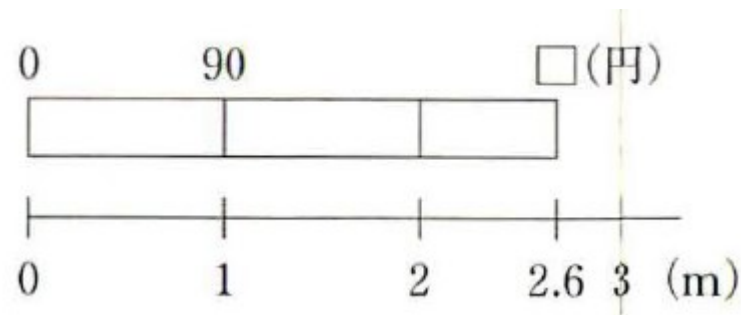
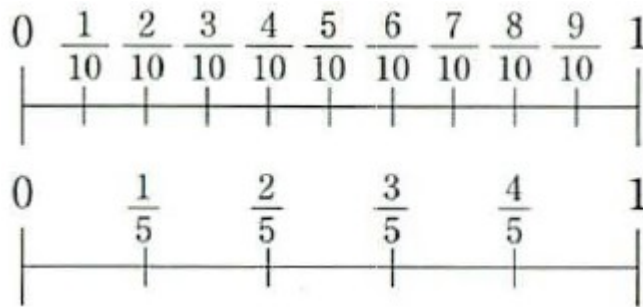
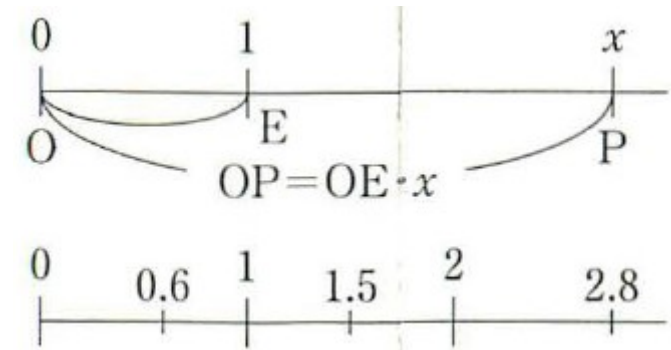


吉田洋一著  
「零の発見」  
岩波新書R13

# (4) 数直線

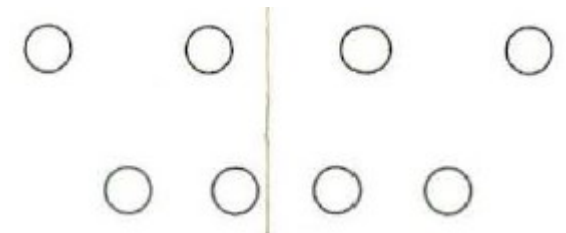
• 直線上の点と数とを対応させた直線を数直線という

- (i) 直線上に点OとEをとり, それぞれの点と数0, 数1を対応させる
- (ii) 直線上の任意の点Pについて, OPの長さを, OEの長さを単位として測定する
- (iii) その測定値がxのとき( $OP=OE \times x$ ), 点Pに数xを対応させる



## (5) 心理学的考察

- 個数は同じであることを認めつつも、より間の大きい方を多いという。
- 置き方をどう変えてもおはじきの多さは変わらないことが認識できる子ども



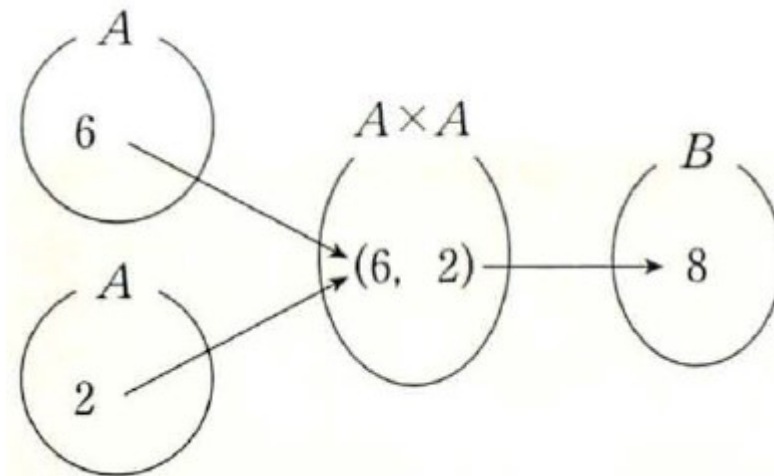
**量の保存**ができています

- 自分の目の前にある状態に左右されずに変化する以前の状態におはじきを念頭で操作することができる。  
すなわち逆思考ができる。

# 1.2 整数の計算

## (1) 演算

- 一項演算 (単項演算)
- 二項演算
  - 四則計算 (加減乗除)
- 数の直積集合  $A \times A$  から数の集合  $B$  への写像



# 演算が閉じている

- ある数の集合に対し演算の結果が常に元の集合の中にある( $B \subset A$ )とき, その集合はその演算について閉じているという.
- 整数の集合Aで加法、乗法の演算結果は整数。  
整数は加法、乗法演算について閉じている。
- 負の数を含まない整数の集合  
減法について閉じていない。  
除法についても閉じていない。  
整数から、小数、分数へ数を拡張することにより演算が可能となる。
- 整数での四則演算を学習し、その概念を小数、分数へ拡張
  - 加法、減法 無理なく意味づけを拡張できる
  - 意味づけの拡張が難しいもの
    - 0をかける、小数、分数をかける

# 次の意味は？

- $a^2$   $a^3$   $a^4$   $\dots$   $a^n$
- $a^{-1}$   $a^{-2}$   $a^{-3}$   $a^{-4}$   $\dots$   $a^{-n}$
- $a^{1/2}$   $a^{1/3}$   $a^{1/4}$   $\dots$   $a^{1/n}$
- $a^{-1/2}$   $a^{-1/3}$   $a^{-1/4}$   $\dots$   $a^{-1/n}$
- $a^{3/2}$   $a^{2/3}$   $\dots$   $a^{m/n}$  有理数
- $a^{\sqrt{2}}$   $a^\pi$  無理数



## (2) 加法・減法

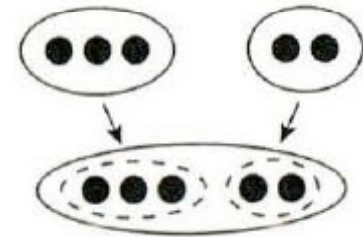
- 加法とは

- 演算の対象となる別々の集合を同一視し、1つの集合とみてその大きさを求める操作

- ① **合併**: 同時に存在する数量を合わせた大きさを求める

対等合併

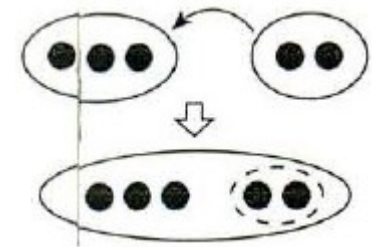
- 3個のりんごと2個のりんごがあります。  
りんごは全部で何個ありますか



- ② **添加**: 初めの数量に追加したときの大きさを求める。

吸収合併

- 3人で遊んでいるところに、2人がきました。  
みんなで何人になりましたか

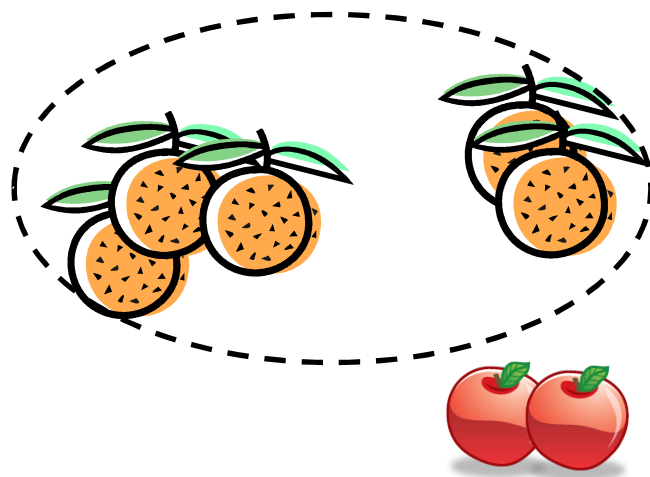


# 合併、添加

- たし算(加法)

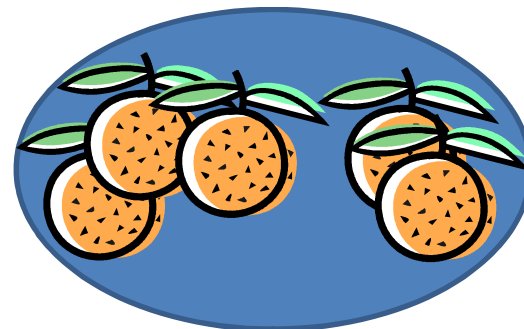
- ① 合併

- ② 添加



合わせるといくつ？

追加していくつになった？



- 減法とは

- 加法の逆演算

- $x+y=z$  という加法的関係があるとき

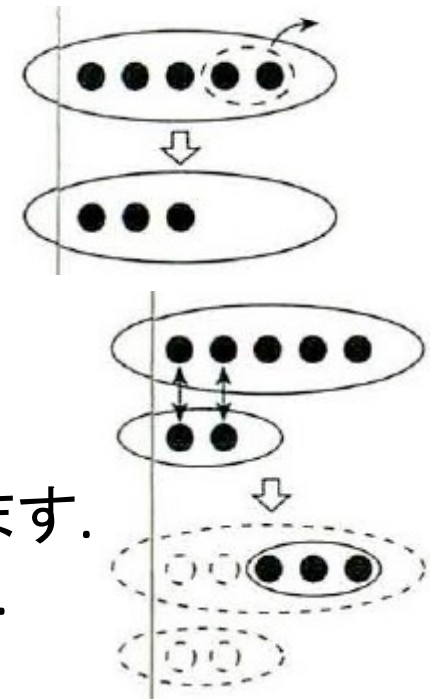
- $x$ と $z$ から $y$ を, または $y$ と $z$ から $x$ を求める操作

- ① **求残**: 初めの数量から取り去った後の大きさを求める

- 5個のりんごがあります. 2個食べました. 残りは何個ですか.

- ② **求差**: 2つの数量の差を求める.

- 兄は鉛筆を5本, 弟は鉛筆を2本もっています. 兄は弟より鉛筆を何本多くもっていますか.



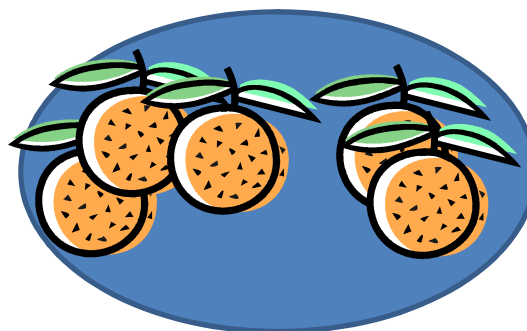
# 合併、添加、求差、求残

- たし算(加法)

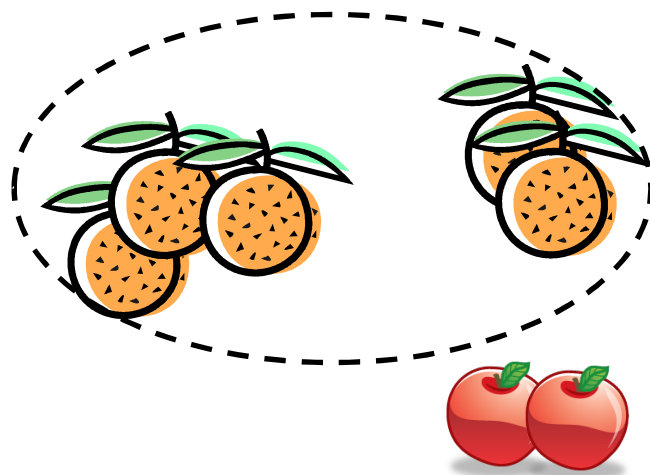
- ① 合併

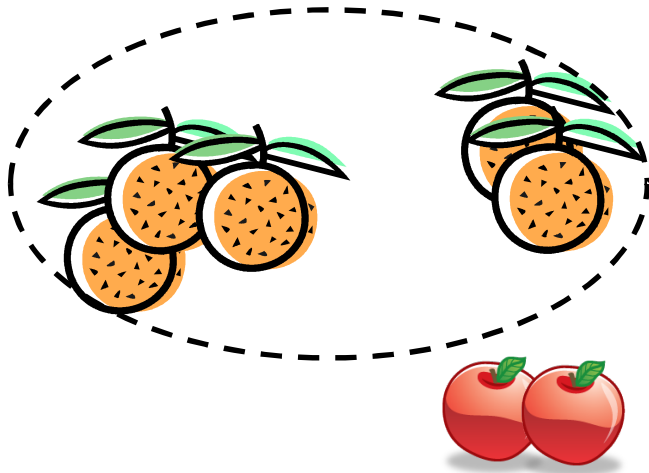
- ② 添加

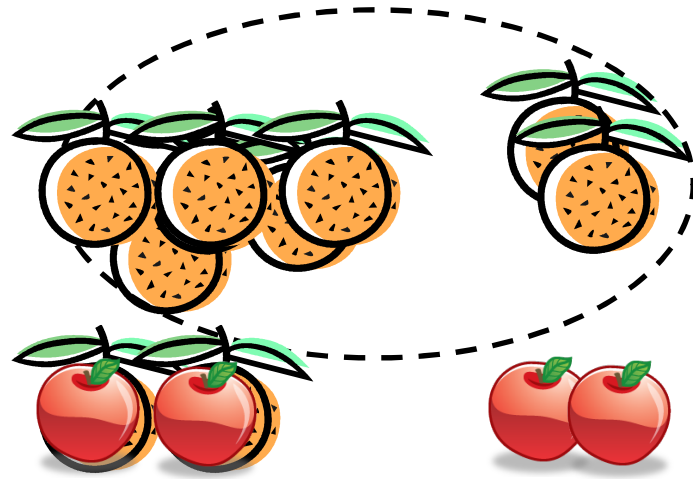
添加

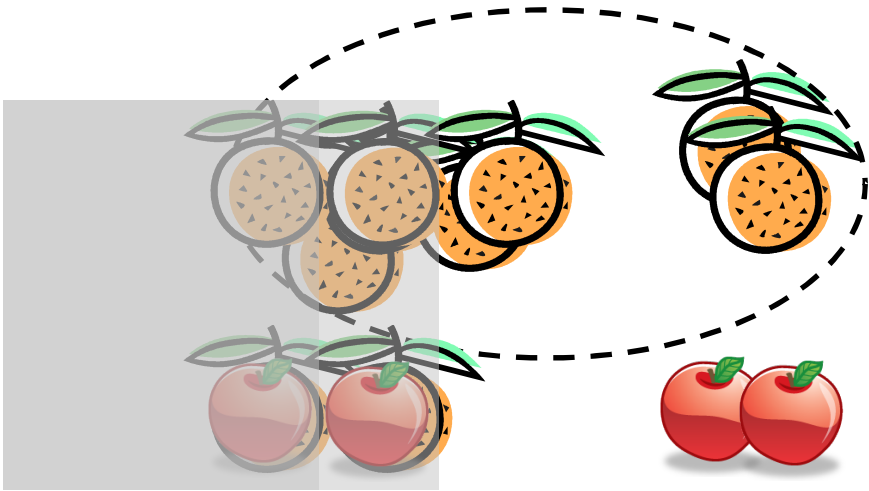


求残









合并  
求差



- 求差の考え方

- 2つの集合の要素を対応付ける

- 演算の対象となる2つの集合の要素を「同種」または「同単位」とみなすことが基本

- 「ケーキが5個あります.お皿が3枚あります. 1枚のお皿に1個のケーキをのせるとき, お皿はあと何枚いりますか. 」という問題では, ケーキとお皿を1対1に対応させ, ケーキとお皿の数を「同種」, 「同単位」とみなす過程があることに注意



# (3) 乗法

- 乗法とは

- 一つ分の大きさが決まっているとき, その幾つ分か (何倍か) にあたる大きさを求める操作

- 同数累加

- 加法を基に, 同じ数を何回か繰り返したす (例えば,  $2 \times 3$  は 2 を 3 回たす) という同数累加として乗法を捉えることもできる
- 1 や 0 をかける計算や小数, 分数の乗法へと拡張するとき困難を伴う

- 算数では測定の操作を背景に, 倍の考えで乗法を捉えられるようにする. つまり, 乗法を

$$[\text{基準量(単位)}] \times [\text{割合(いくつ分)}] = [\text{全体量}]$$

の形で定義し,

同数累加を, 乗法のもつ1つの性質や, 計算の手段として捉えられるようにすることが大切.

# かけ算(乗法)

- $3 \times 2$  と  $2 \times 3$
- 累加
  - 3を2回加える
  - 2を3回加える
- [基準量(単位)] × [割合(いくつ分)] = [全体量]
- [被乗数] × [乗数]

## (4) 除法

- 除法とは
  - 乗法の逆算として定義できる.
  - 「整数 $a$ ,  $b$ に対して,  $a=b \times x$ を満たす整数 $x$ が存在するとき, この $x$ を求める演算を除法といい,  $x$ を $a \div b$ で表す」.
  - 割り切れない場合にも除法を適用するため, この定義を「整数 $a$ ,  $b$  ( $\neq 0$ ) に対し,  
$$a=b \times q+r \quad (0 \leq r < b)$$
を満たす1組の整数  $q$ ,  $r$  を求める演算を除法と言い,  $q$ を商,  $r$ を余り」と拡張する

# 包含除と等分除

- 全体量(比較量) $A$ , 基準量 $B$ , 割合  $p$  の3者の関係として, 除法を次のようにみることができる.

① **包含除**: 全体量と基準量を既知として割合を求める.

基準量が幾つ分含まれているか?

累減

- 15個のお菓子を1人に3個ずつ分けると, 何人に分けられますか.

② **等分除**: 全体量と割合を既知として基準量を求める.

- 15個のお菓子を5人に等分するとき, 1人何個ずつになりますか.

# 比(割合)の三用法

p83

- 乗法と除法は統一的に見ることができる. すなわち全体量Aが基準量Bのp倍であるとき, 表のようにA, B, pのどれを未知数とみるか

全体量 基準量 割合

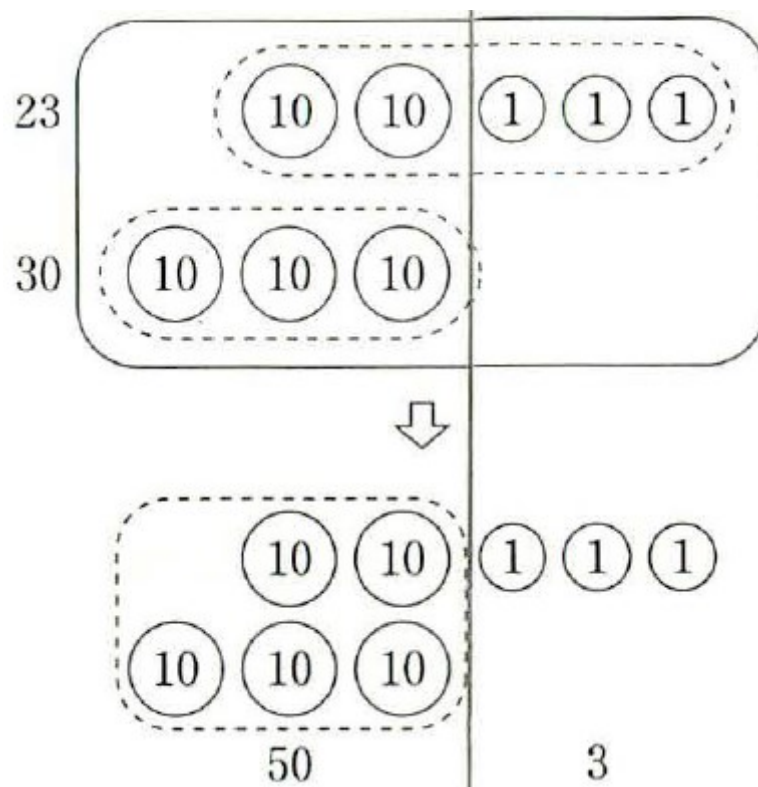
		A	B	p	用 法
乗 法		x 個	3 個	5	第2用法
除 法	包含除	15 個	3 個	x	第1用法
	等分除	15 個	x 個	5	第3用法

- 第1用法: A, Bからpを求める( $p=A \div B$ ) ..... 包含除
- 第2用法: B, pからAを求める( $A=B \times p$ ) ..... 乗法
- 第3用法: A, pからBを求める( $B=A \div p$ ) ..... 等分除

# (5) 計算の基本法則

	加法	乗法
交換法則	$a + b = b + a$	$a \times b = b \times a$
結合法則	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
分配法則	$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$	

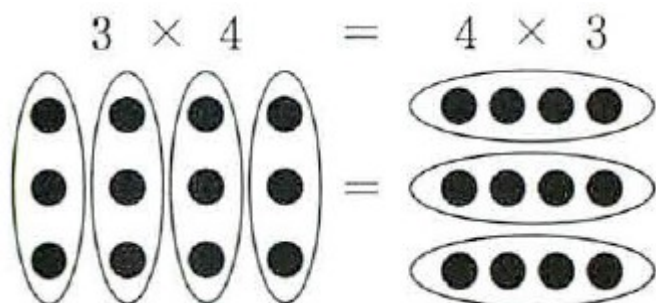
- $23 + 30 = 53$   
 $(20 + 3) + 30 = 20 + (3 + 30)$   
 $= 20 + (30 + 3)$   
 $= (20 + 30) + 3$   
 $= (10 \times 2 + 10 \times 3) + 3$   
 $= 10 \times (2 + 3) + 3$   
 $= 10 \times 5 + 3$   
 $= 50 + 3$   
 $= 53$



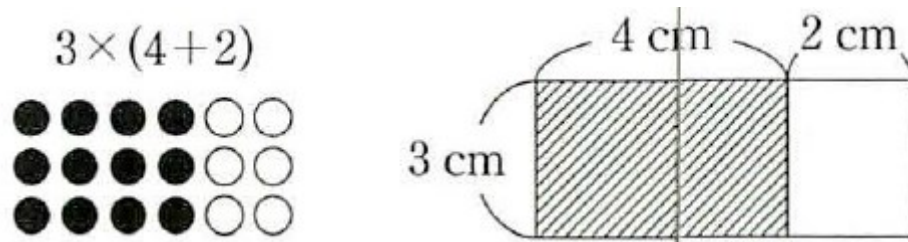
# 具体物を使った指導

p84

- 交換法則(乗法)



- 分配法則



## (6) 整数の性質

p84

- ① 奇数・偶数
  - 0の取扱い

$$a = q b$$

- ② 倍数・公倍数・最小公倍数
  - a は b の倍数
  - 倍数、公倍数は無数にある
  - 最小公倍数 (LCM=Least Common Multiple)
- ③ 約数・公約数・最大公約数
  - b は a の約数
  - 約数、公約数は有限個
  - 最大公約数 (GCM=Greatest Common Measure)



# (7) 見積りと概数・概算

p85

- 見積りとは  
数量や図形について、そのおおよその大きさや形をとらえたり、解決の結果や方法について見通しをもったりすること
- 数と計算について
  - ①計算上の見積もり
  - ②数量感覚に関する見積り
  - ③数量の妥当性に関する見積り
  - ④問題場面での判断や評価に関する見積り
- 概数と概算
  - 概数: 真の値に近いおおよその数
  - 概算: 概数を用いた計算 狭義の見積もり

- 1) 見積りのよさ

- 見積りを通して、筋道を立てながら計算や問題に取り組む姿勢を育む
- 数量の大きさを見積ることによって、物事の判断や処理が容易になり、見通しを立てやすくなる。
- 答えや計算結果を見積もることによって、大きな誤りを防ぐことにもつながる。
- 見積りのよさに気付くことができるようにすることが大切

- 2) 概数を用いる場面

- ① 詳しい値が分かっているにもかかわらず、概数を用いる

- 150円と298円と370円の商品を買うとき、千円で足りるかどうか
- ある県の人口 5,030,818人をおよそ500万人として扱う
- 岡山県の人口 1,916,479人(9/1現在)をおよそ190万人

- ② 詳しい値をつきとめることが難しく、概数しか用いられない場面

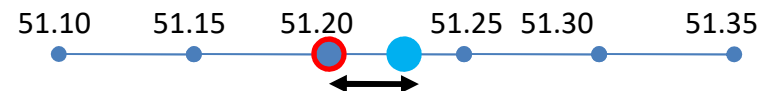
- 10年後の人口を推計するときは、真の値は分からない。そのため、予測などの場面では「およそ520万人になるだろう」のように概数が用いられる

- 3) 概数のとり方と誤差

- ① **切り捨て**: ある位までの数を求めるのに、その位よりも下や数を見捨て0とみなす方法
- ② **切り上げ**: ある位までの数を求めるのに、その位よりも下の数をその位の1とみなしその位に繰り入れる方法
- ③ **四捨五入**: ある位までの数を求めるのに、その位の次の数が4以下であれば切り捨て、5以上であれば切り上げる方法

- 測定値(例えば51.2m)からは、真の値Aは次の範囲にあるものと考える。

$$51.15 \leq A < 51.25$$



その誤差は0.05よりも小さいので、0.05を**誤差の限界**という。

# § 2 整数と計算 指導の実際

- 指導内容の系統

87－89頁の表

A領域	数	計算	乗法	除法
第1学年	2位数	1位数の加減		
	簡単な3位数	簡単な2位数の加減		
第2学年	3位数	2位数の加減		
	4位数	簡単な3位数の加減		
	1万		乗法の九九	
	簡単な分数		簡単な2位数の乗法	
第3学年	万の単位	3位数や4位数の加減		
	1億		2位数や3位数の乗法	
	小数、分数			1位数による簡単な除法
第4学年	億、兆の単位			
	1兆			2位数な

## 2.2 整数の概念形成

p90

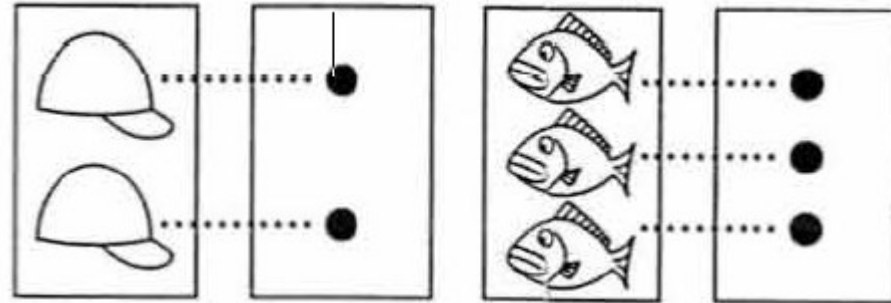
### 数詞と数の概念

- ① 数でもものの個数や順序を表すことができる
- ② 1つの数を他の数と関連付けてとらえる
- ③ 数の表し方を理解する

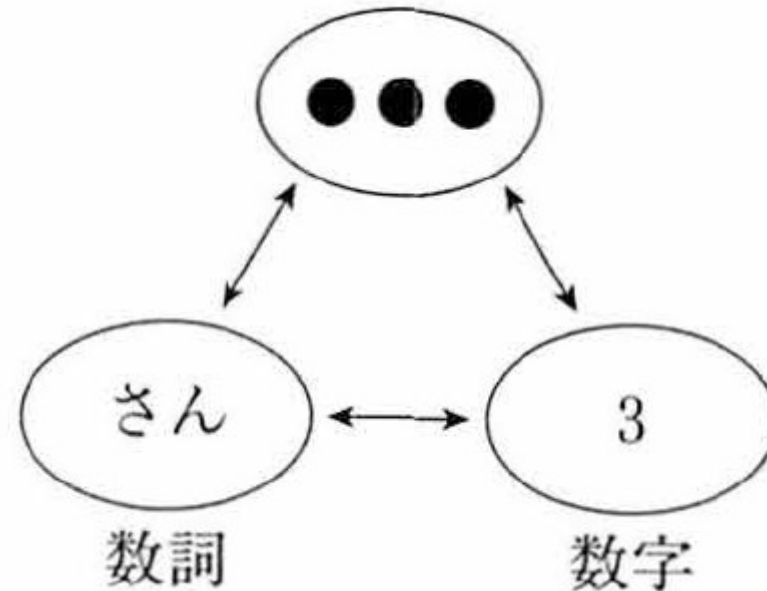
# (1) 対応

p90

- 具体物と  
半具体物との対応



- 物の集まりと  
数詞や  
数字を  
1対1に対応

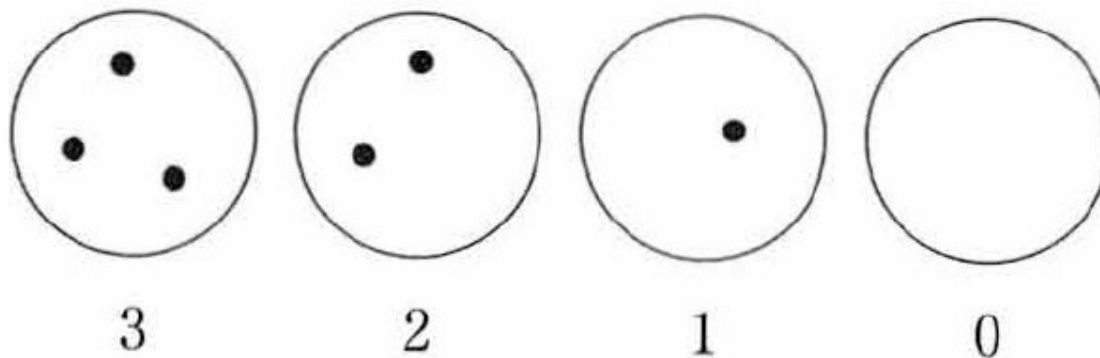


## (2) 0の導入

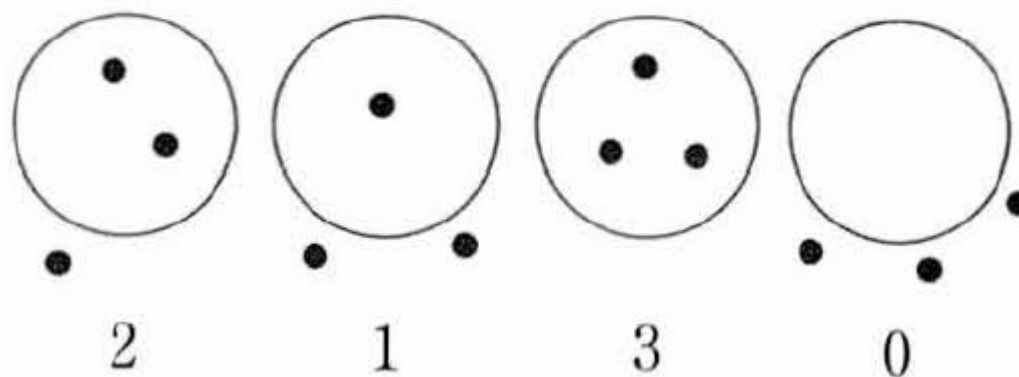
p90

- 「存在の無」
- 「基準の0」
- 「空位の0」

(a) 集合の要素を1つずつ減らす



(b) 玉入れなどのゲームをする



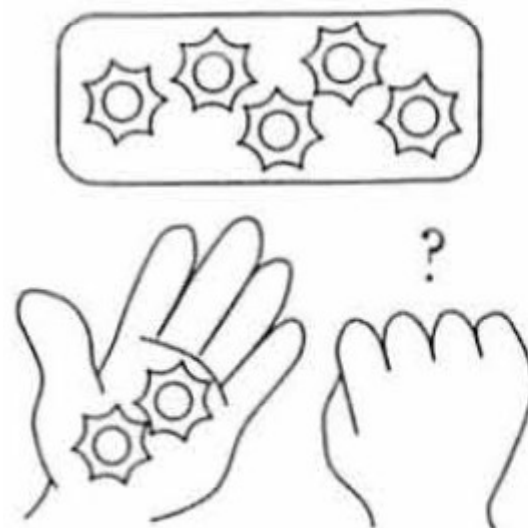
- 何個かの要素をもつ集合との比較



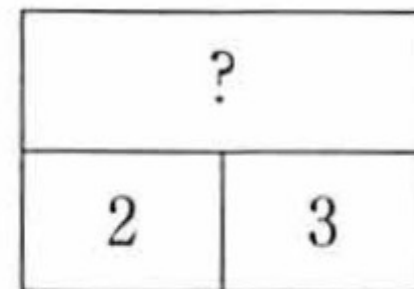
### (3) 数の合成・分解

p91

- 1学年では一つの数を他の数の和や差としてみることを指導する
- 加法、減法の素地



分解



合成

## (4) 数直線 かずのせん

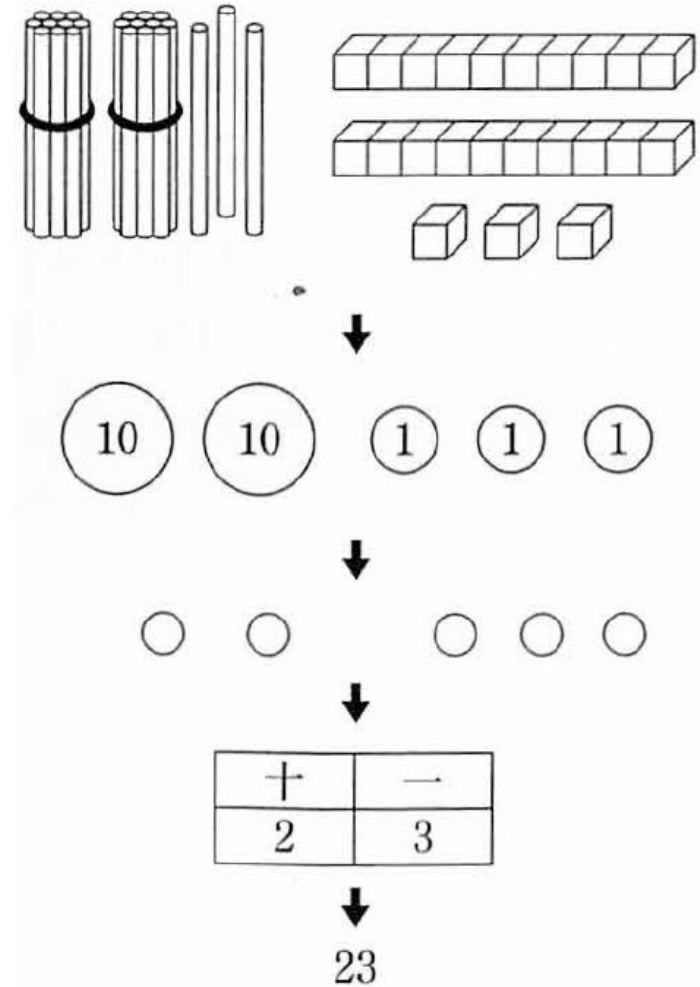
p91

- 1学年で導入
  - 一列に並んだものの順番を示す
  - 数直線という用語自体は3学年で学習
- 直線上で等間隔に並んだ点と数  
とは1対1に対応させることができる  
ことを理解できるようにすることが大切
- 「基準の0」  
数直線の左端を0とする

# (5) 20までの数

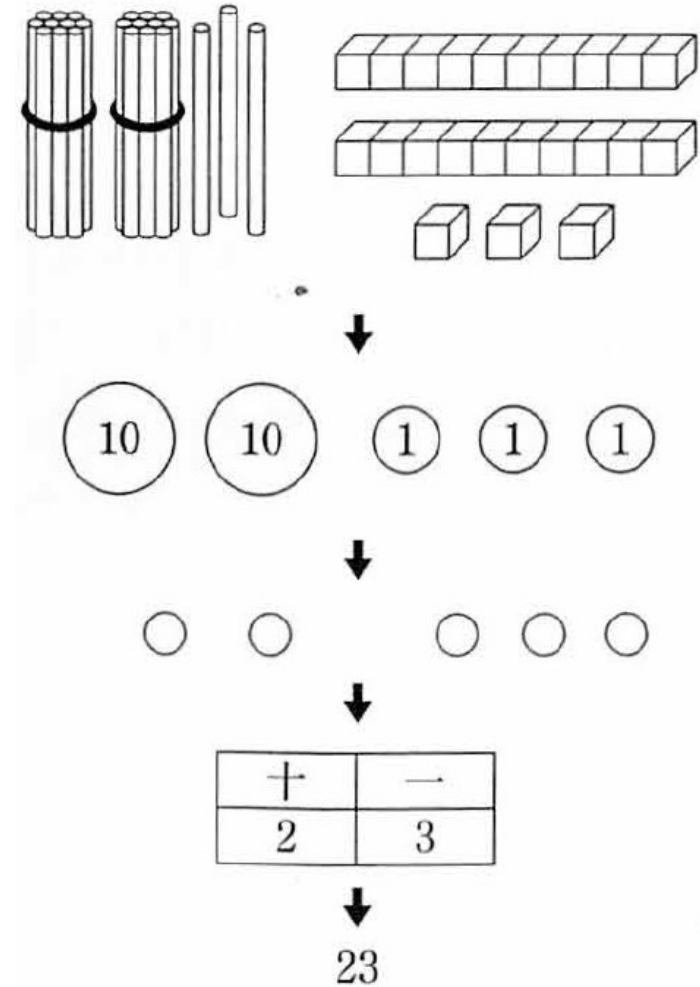
p91

- 位取りには直接触れずに、その表し方(数字)を学習
- 「10といくつ」という見方
  - 14本の数え棒があったとき、10本の数え棒を1つに束ね、10とあと4なので14  
というように、10のまとまりを意識して数えることの指導
- 十進位取り記数法の素地
- 繰り上がりや繰り下がりのある計算の素地



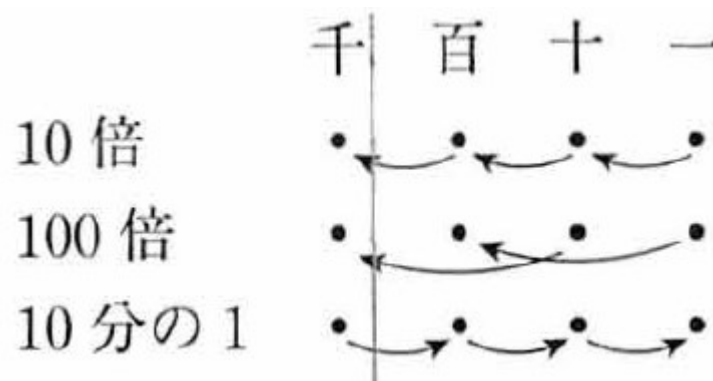
## (6) 十進位取り記数法

- 優れた表記法であるが、児童がつまづく可能性の高い内容
- 段階を踏んだ指導
  - ①具体物を10にまとめる
  - ②大きさや色によって区別のつく半具体物や記号による表現
  - ③区別のつかない半具体物による表現
  - ④単位の大きさ(位)を位置で区別した表現
  - ⑤位取り記数法



# 十進法の理解を深めるために

- 図のように、各位の相対的な大きさを比較



- 「582 は 10 が ( ) と 2」などの問題を考えたりすることは有効
- 「**空位の0**」  
位取り記数法のためには、  
**ある位の数が存在しないことを示す記号**  
が必要となる。

# 空位の0

- 既出  
– 234と204の例

∨>∨>	∨∨∨ ∨
㊿	
CC	IV
二百	四
	204

- どんな大きな数でも, 0から9までの10種類の記号だけで表現できる

吉田洋一著  
「零の発見」  
岩波新書R13

## 2.3 整数の四則計算の指導

- (1) 整数の加法と減法
  - ① 加法・減法の基礎計算
  - ② 繰り上がりのある加法, 繰り下がりのある減法
  - ③ 加法・減法の筆算
- (2) 整数乗法と除法
  - ① 乗法・除法の基礎計算
  - ② 乗法九九の指導
  - ③ 等分除と包含除の指導
  - ④ 乗法・除法の筆算の素地指導
  - ⑤ 乗法・除法の筆算

# (1) 整数の加法と減法

## ① 加法・減法の基礎計算

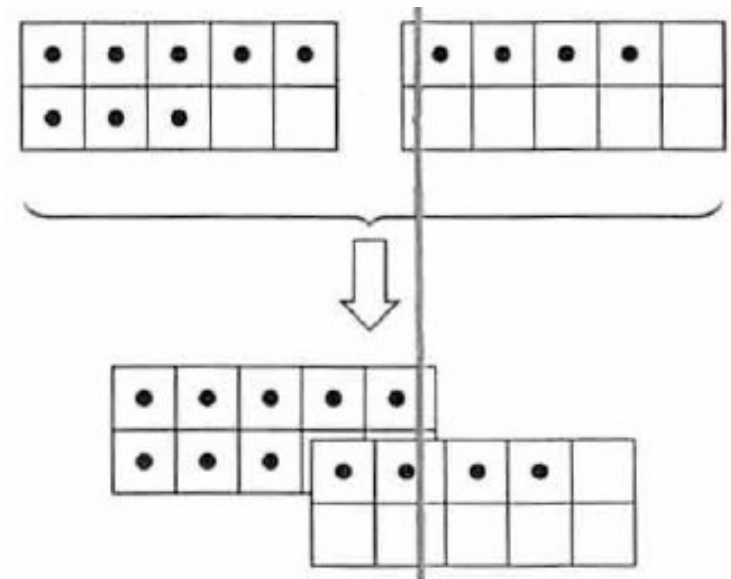
p92

- 式による計算  
算数教育の基本
  - 問題「なしが6個あります。今4個たべました。何個残っていますか」
  - 式をたてる 「 $6-4$ 」
  - 計算と答え 「2個」と答える
  
  - 式を読む
    - 式が表している場面を日常生活と関係づけて読む
    - 思考過程を読む
    - 式を一般化する
  - などの指導



## ② 繰り上がりのある加法, 繰り下がりのある減法

- 20までの数で学習した,  
10をひとまとまりにするという見方  
をもとに, 児童がその計算の仕方を考えられ  
るように指導
- モデルなどを使って,  
10についてのイメージを  
しっかりとめさせる
- 加法の場合,  
- 5をベースとした  
数図が有効



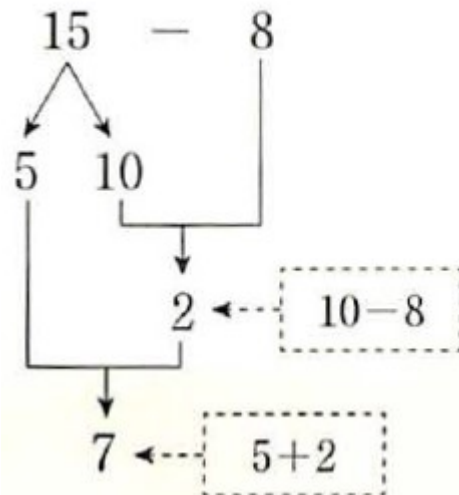
# 繰り下がりのある減法の場合,

- (a)被減数を分解して行う方法(減加法)
- (b)減数を分解して行う方法(減々法)の2通りがある.
- 実際の指導では, 初めから2つの方法を並列に扱おうと児童の混乱が予想されるため, まずはどちらか一方を取り上げ, その方法に習熟した後に他方が便利な場面について考えるなど, 段階を踏まえた指導が必要

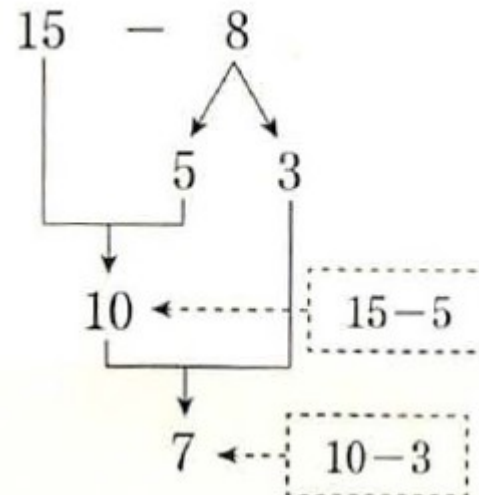
# 減加法と減々法

- (a) **被減数を分解**して行う方法(減加法)
  - 15-9など, 減数が10に近い場合は減加法の方が計算しやすい
- (b) **減数を分解**して行う方法(減々法)
  - 15-6のように減数が被減数の一の位に近い場合には減々法の方が計算しやすい

(a) 減加法



(b) 減々法



# SNSでの話題

【教育課程論】

学部名	学籍番号	氏名 (ふりがな)

○1年生の「くりさがりのあるひきざん」の授業で、次のように説明した児童がいます。  
児童がどう考えたか、説明しましょう。

$$13 - 9 = 4$$

13から3ひいて10になったほうから2ひいて5。  
そして5になったほうから4ひく。  
こたえは4

# SNSでの話題

- 1年生の「くりさがりのあるひきざん」の授業で、次のように説明した児童がいます。児童がどう考えたか、説明しましょう。

$$13 - 9 = 4$$

13から3ひいて10になったほうから2ひいて5。

そして5になったほうから4ひく。

こたえは4

[http://buzzmag.jp/archives/91538?utm\\_source=Facebook&utm\\_medium=FBpage](http://buzzmag.jp/archives/91538?utm_source=Facebook&utm_medium=FBpage)

[goo.gl/vP5FxB](http://goo.gl/vP5FxB)



### ③ 加法・減法の筆算

- 筆算の指導では、計算の習熟とともに、筆算がもつよさ、使利さに気付けるようにしたい。そのためには、**いつ筆算を導入するか**が一つの問題となる。
- 横書きで計算することが難しくなった時が一つの目安。遅くとも、繰り上がり、**繰り下がりのある2位数どうしの計算より前にすべき**
- 実際の指導では、筆算の形式をいきなり押し付けることのないようにしたい。そのためには、例えば $43+28$ ,  $43-28$ を、まだ**筆算を知らない段階**で自由に考え、その計算の仕方を説明する場面を設定することが大切である。
- その中で、おそらく、各位の数どうしを計算した説明が出てくるであろう。**各位の数どおしを計算していることを**、このとき、**しっかりとおさえておきたい**。またこのとき、計算の繁雑さも経験するだろう。  
このあと各位どうしの数を重ねて書く筆算形式を導入するとよい。

## ③ 加法・減法の筆算

- 筆算の指導
  - 計算の習熟
  - 筆算がもつよさ, 使利さに気付けるようにしたい.
- 筆算の導入時期
  - 横書きで計算することが難しくなった時
  - 繰り上がり, 繰り下がりのある2位数どうしの計算より前
- 実際の指導
  - 筆算の形式をいきなり押し付けない!
  - そのためには, 例えば $43+28$ ,  $43-28$ を, まだ筆算を知らない段階で自由に考え, その計算の仕方を説明する場面を設定する
  - その中で, おそらく, 各位の数どうしを計算した説明が出てくるであろう。各位の数どおしを計算していることを, このとき, しっかりとおさえておきたい。またこのとき, 計算の繁雑さも経験するだろう。
  - このあと各位どうしの数を重ねて書く筆算形式を導入する

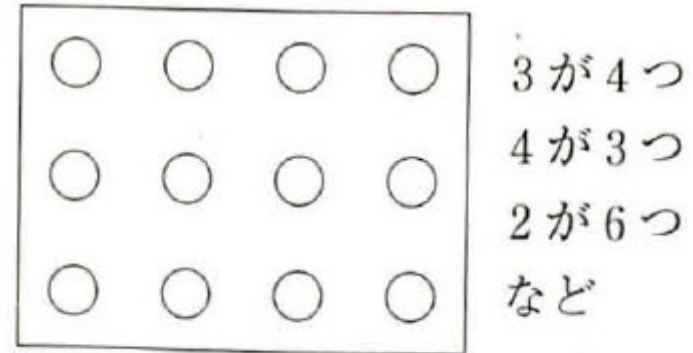


## (2)整数の乗法と除法

### ① 乗法・除法の基礎計算

p93

- **1学年**で、具体物を幾つかずつに**まとめて数える**ことを学ぶ。これは、乗法への素地指導であるといえよう。グルーピングの学習では、あるまとまりを**単位量**とみること、および、総数を「**そのいくつ分**」としてとらえられることが重要である。そのために、図4-2-8のように、何がいくつと表現することを大切にしたい。
- **20までの数**が確実に数えられるようになったところで、**不規則な配置のもの**を自分で整理しながら数える活動もよいであろう。
- **2学年**で**乗法が導入**される。その際、その結果を求める手段として**同数累加**が用いられるのは当然であるが、ここでも「**...の\*\*\*分**」という考え方を大切にしたい。  
また、テープの長さ(**連続量**)の**比較**などから、**倍の概念**を導入し**乗法を倍概念で捉えられる**ようにすることも大切である。



- 除法の素地指導は，1学年での乗法の素地指導と同時に行われる(算数的活動(1)ア)。例えば，みかん12個を「4個ずつわけると」や「3人にわけると」などの場面で，実際に具体物を操作する活動がそれに当たる。

## ② 乗法九九の指導

- 乗法九九は、これからの**乗法・除法**の計算を正しく能率よく行うための**基礎**であり、各段の九九を一通り学ぶには、かなりの時間を要する。そのため、児童の興味・関心を高めたり、数に対する豊かな見方を育んだりするためのいろいろな工夫があるとよいであろう。

## ② 乗法九九の指導 工夫の例

- (a) 十進数的な配置の中で, 8の段に表れる数(8の倍数)に色をぬって観察するなど
- (b) 九九表の対称性に着目したり, 積が12になる場合を調べたりするなど
- (c) 九九のカードの表を出して並べておき, 「6」といって「 $2 \times 3$ 」や「 $1 \times 6$ 」などのカードをかるた風にとるといったゲーム的な場面を加えるなど.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

表                                  裏

$2 \times 3$	6
--------------	---

### ③ 等分除と包含除の指導

- 除法を**包含除**と**等分除**のどちらから導入すべきかについては、いろいろと議論がある。
- **包含除**は**累減の考え**に基づくだけに、操作がしやすく、除法の「除」という語感にも合う。
- **等分除**は「**割り**」算という意味に合っていて、イメージに残りやすい。
- どちらから導入するにしても、**一方の考え**がある程度**定着**してから、**もう一方**の考えを指導することが望ましい

# 等分除と包含除

習ったのは？ 教えたいのは？

習った \ 教える	包含除	等分除
覚えていない	2	4
包含除	9	1
等分除	1	9

## ② わり算

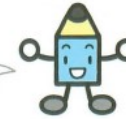
みんなで分けてください。



あれっ。



同じ数ずつ分けましょう。



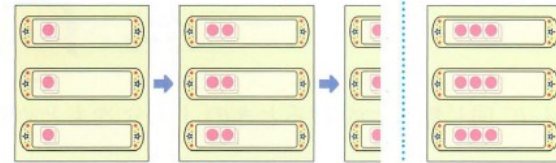
! 12このあめを、3人に同じ数ずつ分けます。

🍬を使って、13ページのお皿に分けてみましょう。

1こずつ配ってみよう。



まず、見当をつけて、3こずつ配ってみよう。



まだ配れるね。

同じ数ずつに分ける計算について調べていきましょう。

### 1 分け方とわり算

🌀 3人に分ける

- 1 15このクッキーを、3人に同じ数ずつ分けます。  
1人分は何こになりますか。



# 包含除と等分除(一昨年)

- 包含除から習った 5人
- 等分除から習った 8人
  
- 包含除から教えたい 20人
- 等分除から教えたい 10人



# 昨年

- 除法の指導として「包含除」「等分除」がある。  
これがどんなものか説明し、  
どちらを先に指導するか自分の考えを300字  
程度で述べなさい。
- 等分除から 14人
- 包含除から 11人
- どちらとも 4人
- 未回答 6人

# どちらとも1

- 『個数がはっきりしているお菓子等では等分除が基本だと思うがみそ汁等では包含除といえるだろう。』

で、どっちの例から導入する？

# どちらとも2

- 『どちらから指導するかは私はまず図を書かせて子供達のわかりやすい方法を知ってから書き初めようと考えます。』

どんな図？

## どちらとも3

- 『どちらから指導するというのは決めない。この内容では、子どもたちにあめが6こ書いてあるプリントを配って、「 $6 \div 2$ 」を図に書いてもらう。そうすると「等分除」と「包含除」の考えの2つが出てくると思われるので、その違うところから生徒がそれぞれ話をして、発表して、場合によって教師が、助言するという形がよいのではないかと考える。』

「 $6 \div 2$ 」の意味は？

どんな図ができる？

# どちらとも4

- 『指導方法としては、まずは、違いを教えることが一番大切です。  
理解を求めることも、必要ですがよりそって意図をわかってもらう指導法を自分にしっかりと、身につけたいです。』

2つを教えないと、  
「違い」が検討できない！

# 等分除

- わり算の「わる」という言葉が等分割を意味している。
- 15個のりんご、5枚のお皿  
お皿にりんごを1つずつ置いていくことで一皿のりんごの数が分かるので教えやすい。

# 包含除

- 同じ数ずつ分けるので、実物を用いて学びやすい
- 「一人〇〇個」という考えは子どもたち自身想像しやすい
- 「除法」の「除」という語感にも適している

# どちらにしても

- どちらを先に定着させるかは、先生一人の考えでは決めてはいけないのではないのでしょうか？その学年の先生たちとよく話し合ってからどの方針で指導していくかを考えることが私は大事だと思います。（中村吉孝）





## ④ 乗法・除法の筆算の素地指導

### i) 0の乗法・除法

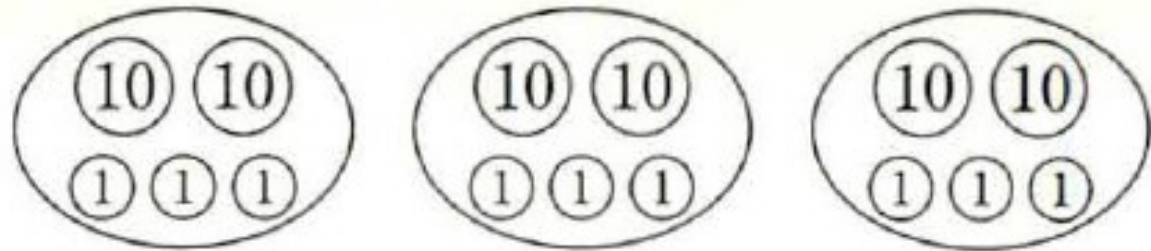
- 0を含む乗法では、被乗数が0の場合と乗数が0の場合とは意味づけが異なる。
- 例えば  
 $0 \times 4$ は 累加 $0+0+0+0$ でも説明できるが、 $4 \times 0$ は 累加では説明できない。  
そのため、ゲームの得点計算といった具体的な場面を設定し指導するとよい(例えば、 $4 \times 0$ は4点の0個分)。また、乗数が1減るごとに4ずつ減ることから0となるという説明も考えられよう。
- $0 \div 4$ が0になることは、 $4 \times \square = 0$ ,  $\square \times 4 = 0$ の $\square$ を求めることから導くこともできるが、児童にとっては難しい考えである。8個、4個、0個のものを同人に分けるなどの具体的な場面で指導する方が望ましい。



## ii) 2位数 × 1位数の計算

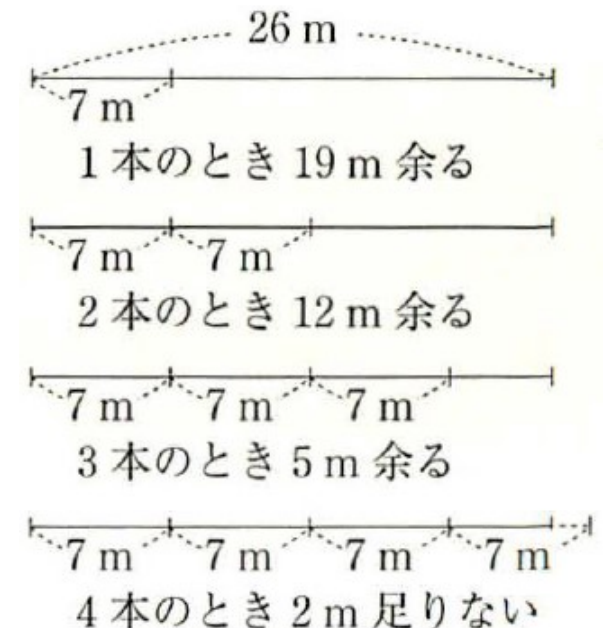
- 例えば,  $23 \times 3$  は, 図のように「10が2つと1が3つ」のまとまりを3組作ることから,  $20 \times 3$  と  $3 \times 3$  の和を求めればよい。
- ここでは分配法則が用いられている。

$$23 \times 3 = (20 + 3) \times 3 = 20 \times 3 + 3 \times 3$$



# iii) 余りのある除法 (1位数÷1位数, 2位数÷1位数)

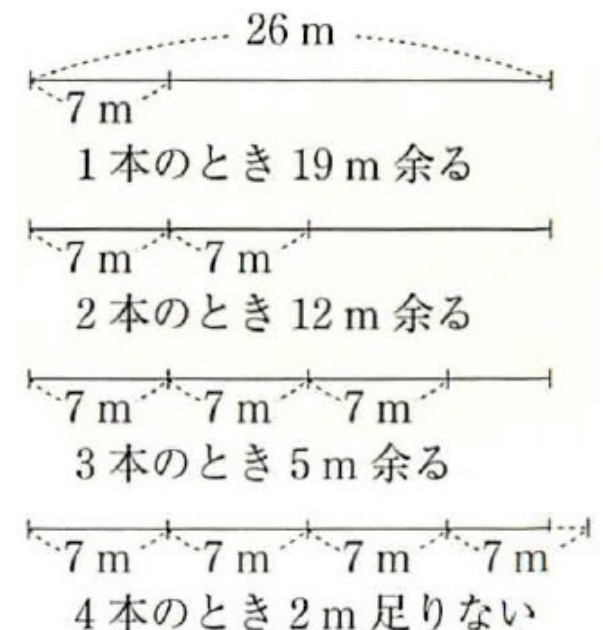
- **余りのある除法**  
商を立てることが難しい！  
導入では、**包含除の場面**を用いる
- **問題**  
「26mのひもから7mの長さのひもをできるだけ多くとりたい。何本取れるでしょうか」
- **考え方**  
7mのひもの本数を1本目から順に増やして調べる。  
その結果,  
 $7 \times 3 < 26 < 7 \times 4, (7 \times 3) + 5 = 26$   
であることが分かる。  
「2本, あまり12m」としている児童には,  
「できるだけ多くとる」ことを意識させ,  
**余りは除数より小さい**ことを理解できるようにしたい。
- **書き方**  
26mのひもから7mのひもが3本とれて5m余ることを  
「 $26 \div 7 = 3$ あまり5」  
と書くことを指導する。



### iii) 余りのある除法

## (1位数 ÷ 1位数, 2位数 ÷ 1位数)

- 余りのある除法では、商を立てることが難しく、導入では、包含除の場面を用いることが多い。
- 例えば「26mのひもから7mの長さのひもをできるだけ多くとりたい。何本取れるでしょうか」という問題では、7mのひもの本数を1本目から順に増やして調べる。その結果、 $7 \times 3 < 26 < 7 \times 4$ ,  $(7 \times 3) + 5 = 26$ であることが分かる。「2本、あまり12m」としている児童には、「できるだけ多くとる」ことを意識させ、余りは除数より小さいことを理解できるようにしたい。
- そして、26mのひもから7mのひもが3本とれて5m余ることを「 $26 \div 7 = 3$ あまり5」と書くことを指導する。



## ⑤ 乗法・除法の筆算

- 2位数×2位数の筆算について
- この筆算は、2位数×1位数や1位数×2位数の筆算が基礎になっている。例えば、 $23 \times 34$ は、 $23 \times 30 + 23 \times 4$ という分配法則によって計算できることを具体例などを用いて、理解できるようにする。
- $23 \times 30$ の計算  
 $23 \times 3 \times 10$ 、または $23 \times 10 \times 3$ とみなすことによって、1位数をかける計算や10倍の大きさの数の表し方に帰着
- 筆算では、690の0は省略してもよいことを指導するが、しばらくは書かせてもよい

$23 \times 4 = 92$
$23 \times 30 = 690$
<hr/>
$23 \times 34 = 782$

↓

23
× 34
<hr/>
92
690
<hr/>
782

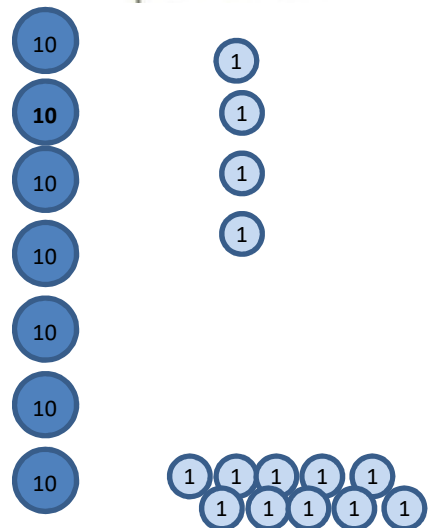
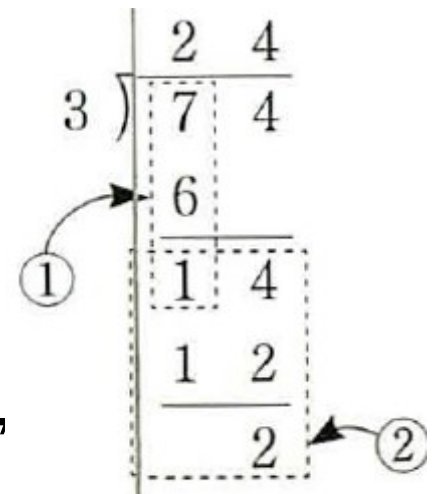
# 除法について

- 2位数 ÷ 1位数の場合を考えてみよう。

ここでも、具体例を用いるなどして、子ども自ら既知の計算方法に帰着できることに気付けるようにしたい。

# 除法について

- 例 「74円を3人で分けます」
  - i) 10円玉7個を3人で分けると、1人2個ずつで、1個余る( $70=20 \times 3+10$ )
  - ii) 余った10円玉1個は、そのままでは分けられないので1円玉10個とかえ、1円玉14個を3人で分けると、1人3個ずつで2個余る( $14=4 \times 3+2$ )
- このような見方を、筆算の仕方に結びつけることが大切





- 除数が2位数の場合には、商を立てることが難しく、商の見当をつけてから計算することになる。
- 例  $86 \div 23$
- 上位の位の数8と2から4という仮商を立てる。
- この仮商によって計算すると、 $23 \times 4 = 92$ となり被除数86よりも大きくなってしまふ。
- 仮商を3に修正し  
 $86 \div 23 = 3$ あまり17という結果を得る。
- このようは除数が2位数のわり算では、  
計算の見積りや数の相対的な大きさについての理解が重要であり、  
見当を付けた商(仮商)を修正する手順を丁寧に指導する必要がある

## 2.4 見積りと概数・概算

### (1) 見積りの指導

- 見積りの指導  
4学年の概数，概算指導に限定されたものではなく、低学年から適宜指導することが重要である、
- 1学年で $8+6$ が10以上になるという数量感覚は大切である。
- 2学年、3学年では、加法や減法，乗法に関連して、計算結果の妥当性を見積もる指導が望まれる。
- 児童に自由に「だいたい」の結果を求めさせると、児童なりに調整して求めようとするが、求めた概数が正しい答えかどうかについての自信が生まれるのは中学年以降と考えられるので、児童の考えを大切にしながら見積り指導をすることが必要

## (2) 概数・概算の指導

- 4学年で、切り捨て、切り上げ、四捨五入の概数の求め方を指導するとともに、以上、以下、未満の用語も指導する。
- 概数を求める指導では、「～の位までの概数」、「～けたの概数」などの指示に戸惑う児童が多い。例えば、  
0.4047を2桁の概数で表すとき、はじめの0はけた数とならないから、これを0.40で表し小数第2位の0を省略しないことなどの指導も場面を意識させた上で指導したい。

## (2) 概数・概算の指導(つづき)

- 概数を用いるときは、その**目的を明確**にしなが  
ら、**用い方を理解**できるようにすることが大  
切である。
- **買い物**の**場面**で150円と298円と370円の商  
品を買うとき、**千円で足りるか**どうかを判断す  
る際には、**大きめの概数**で見積もる方がよい  
であろう。
- **グラフ**を**かく場合**、紙の大きさなどから最小目  
盛りの大きさは決まってくる。このように、概  
数や概算を用いる場面では**目的を明確**にし  
た上で、**考えることが大切**である。

